

54. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulrunde)
Olympiadeklasse 7
Aufgaben



© 2014 *Aufgabenausschuss des Mathematik-Olympiaden e. V.*
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen und Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.

540711

Anita, Beate und Christina haben zusammen genau 5 Ringe, nämlich 2 aus Gold und 3 aus Silber. Jede hat mindestens einen und höchstens zwei Ringe. Sie unterhalten sich, allerdings sagt hier keines der drei Mädchen die Wahrheit.

Anita sagt: „Ich habe einen Goldring und einen Silberring.“ Beate sagt: „Ich besitze genau zwei Ringe.“ Christina sagt: „Ich habe zwei Ringe aus gleichem Material.“

Untersuche, ob man aus diesen Angaben eindeutig ermitteln kann, wer von ihnen wie viele Ringe welchen Materials besitzt, und gib gegebenenfalls diese Verteilung der Ringe an.

540712

Ermittle die Anzahl aller positiven ganzen Zahlen kleiner oder gleich 1 000 000, die gleichzeitig durch 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 und 10 teilbar sind.

540713

Im rechtwinkligen Dreieck wird die Seite, die dem rechten Winkel gegenüberliegt, Hypotenuse genannt. Jede der beiden anderen Seiten heißt Kathete.

- a) Zeichne ein gleichschenkelig-rechtwinkliges Dreieck ABC mit dem rechten Winkel bei A und den Katheten \overline{AB} und \overline{AC} mit einer von dir geeignet festgelegten Länge. Wähle auf der Hypotenuse zwischen den Punkten B und C einen Punkt P und zeichne durch P die Parallelen zu den Katheten. Die eine Parallele schneidet die Kathete \overline{AB} im Punkt R , die andere Parallele schneidet die Kathete \overline{AC} im Punkt S .
- b) Das in der Teilaufgabe a) gebildete Viereck $ARPS$ ist ein Rechteck. Miss die Länge des Umfangs des Rechtecks $ARPS$ und vergleiche sie mit der Länge einer Kathete des Dreiecks ABC . Stelle eine Vermutung bezüglich der beiden Längen auf und beweise deine Vermutung.

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

540714

Ein Schema von neun in einem 3×3 -Quadrat angeordneten Zahlen, bei denen das Produkt der drei Zahlen in jeder Zeile und in jeder Spalte 120 beträgt, heiße ProQua120.

Das in Abbildung A 540714 a angegebene Schema ist ein ProQua120 mit den Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 8, 10, 12, 15.

2	5	12
4	3	10
15	8	1

A 540714 a

		3
1		

A 540714 b

		5
3		

A 540714 c

- Vervollständige das in Abbildung A 540714 b angegebene Schema zu einem ProQua120, in dem neben den beiden schon vorgegebenen Zahlen 1 und 3 jede der Zahlen 2, 4, 5, 8, 10, 12, 15 genau einmal vorkommt.
- Untersuche, ob man das in Abbildung A 540714 c angegebene Schema zu einem ProQua120 vervollständigen kann, in dem neben den beiden schon vorgegebenen Zahlen 3 und 5 jede der Zahlen 1, 2, 4, 8, 10, 12, 15 genau einmal vorkommt.
- Ermittle, wie viele verschiedene ProQua120 existieren, in denen jede der Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 8, 10, 12, 15 genau einmal vorkommt.